

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ РЕЗУЛЬТАТОВ.

Разработали: доценты А.Акбаров и А.Ю.Частоедова

Измерения, осуществляемые в области физической культуры и спорта, разделяются на:

- непосредственные измерения,
- посредственные измерения,
- комплексные измерения.

Непосредственные измерения – это определение измеряемой величины по показателю измерительного прибора, т.е. на основе возможности сравнения измеряемой величины с принятым единичным эталоном. К непосредственным измерениям можно отнести измерение массу спортсмена, длину (длину тела человека-рост, прыжка в длину или тройного прыжка), времени (время, затраченное для пробега определенную дистанцию) и т.п.

Для повышения точности проводимых исследований необходимо провести по возможности большое количество непосредственных измерений. В процессе измерений получается (образуется) ряд численных результатов. Полученные в процессе результаты измерения могут быть дискретными и непрерывными.

Ряд результатов, составленный из случайных чисел, называется **выборкой**. Анализ выборки начинается с ранжировки результатов этого ряда.

Ранжировка - означает расположение результатов или в порядке возрастания или в порядке убывания.

Средне арифметическое значение

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

В этом выражении n – объем выборки, т.е. количество элементов выборки, $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$ – сумма элементов выборки. Для анализа (обработки) вышеприведенных результатов с помощью программы Excel их необходимо ввести в ячейки этой электронной таблицы. Предназначенные для анализа (обработки) данные всегда вводятся в ячейки. Необходимо отметить, что для внесения данных в ячейки не требуется специальной команды.

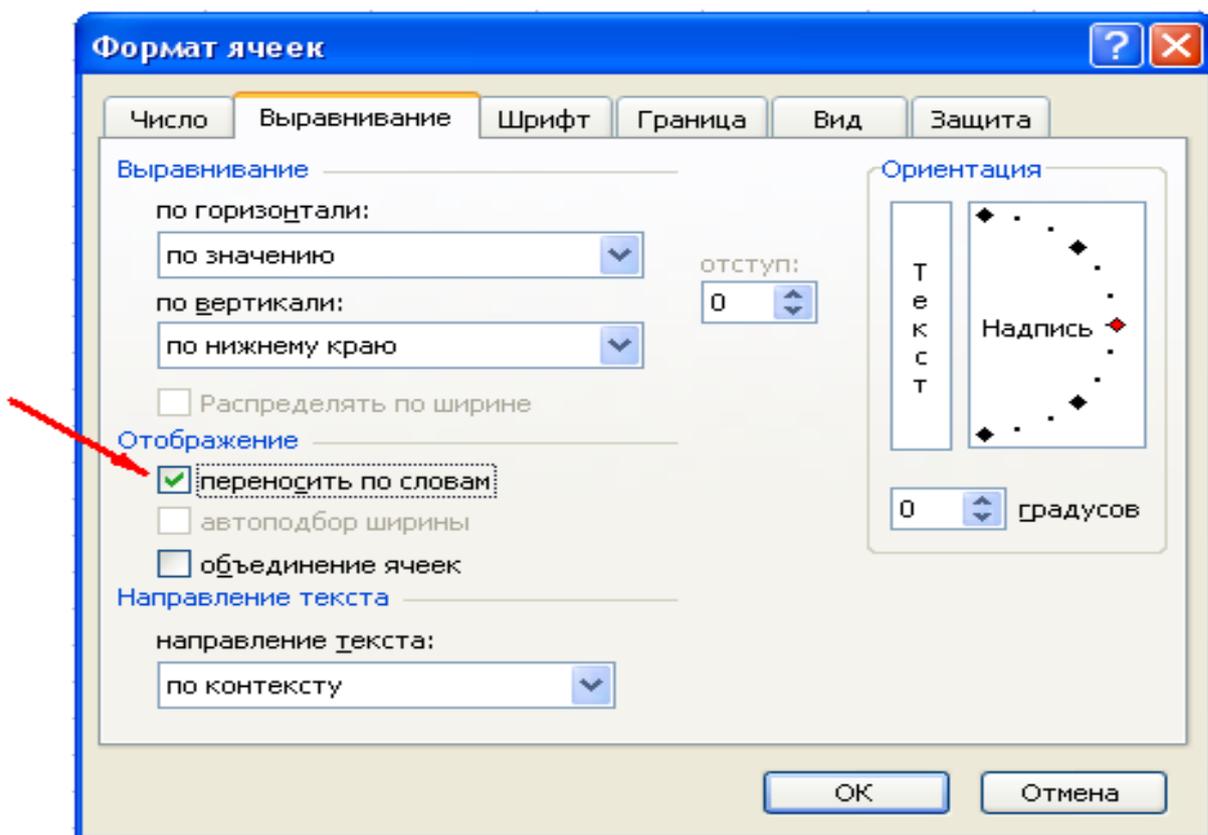
Вводимая информация одновременно отображается в строке формул. Для того чтобы ввести числовое значение, выделите ячейку и введите с клавиатуры число. По мере ввода цифр, они выводятся в строке формул и в активной ячейке. Числовые значения могут содержать только цифры от 0 до 9 и специальные символы: **+, -, E, (,), %, \$, ., ,, /.**

Ввод текста аналогичен вводу числовых значений. Если вводится текст, который не может поместиться в одной ячейке, Excel выводит текст, перекрывая соседние ячейки, но текст при этом будет храниться в одной ячейке. Когда вводится текст в ячейку рядом с другой, которая уже заполнена текстом, то перекрывающийся текст обрезается на экране, но целиком остаётся во введённой ячейке и увидеть этот текст целиком можно в строке формул.



Длинный текст в ячейке можно ввести с переносом на следующие строки без наложения текста на другие ячейки необходимо выполнить следующие действия:

- В меню Формат выбрать команду Ячейки



- В появившемся окне на вкладке Выравнивание установить флажок “Переносить по словам” и нажать клавишу ОК.

	A	B	C	D
1	Расчетная таблица			
2	Угол в градусах	Угол в радианах	COS(x)	Sin(x)

Достоинство электронных таблиц заключается в том, что они позволяют организовать автоматическое вычисление производных данных.

Для этой цели в ячейках таблицы используют **формулы**. Не стоит пугаться слова «формула». Под формулой понимается всего лишь набор чисел и ссылок на числовые ячейки, соединенных знаками математических операции. Чтобы задать ссылку на ячейку, надо указать в формуле ее имя.

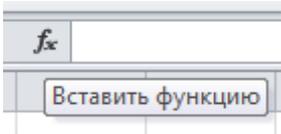
И так, после того как мы ввели наши данные в ячейки, можем приступить к обработке данных.

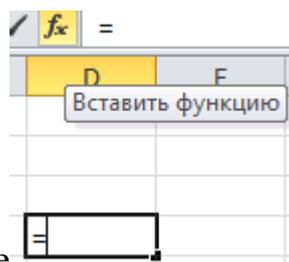
Чтобы вычислить среднее значение $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$

существующих данных можно воспользоваться готовыми функциями.

Функция – заранее определённая формула, которая оперирует с одним или несколькими значениями и возвращает в ячейку таблицы значение или значения. Многие из функций Excel являются краткими вариантами часто используемых формул. Например, чтобы сложить ряд значений ячеек используется функция СУММ.

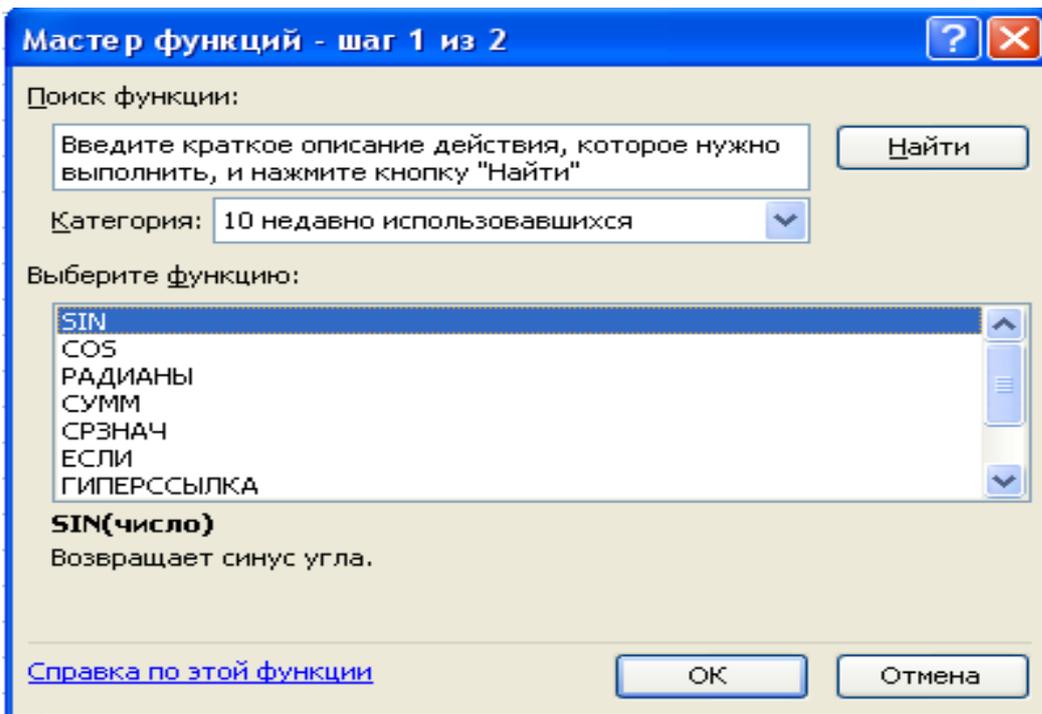
Для вставки в рабочий лист других встроенных функций

используется кнопка вставить функцию  =  на панели инструментов. Для этого вначале необходимо выделить ячейку и щёлкнуть

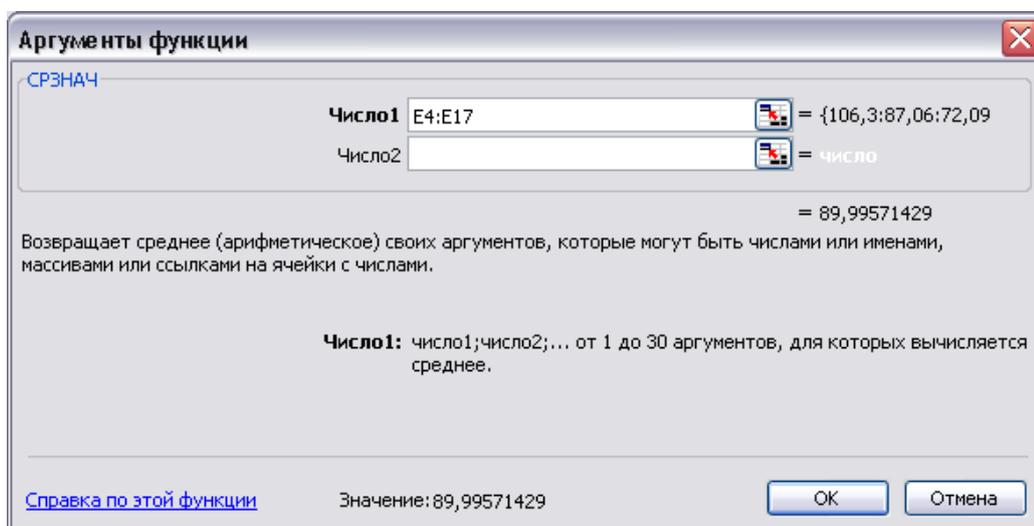


по этой кнопке  = . На экране появляется окно мастера функций, состоящее из двух полей: Категория и (выберите) Функция.

В первом поле выбирается раздел, а во втором – сама функция. Необходимо обратить внимание на раздел «10 недавно использовавшихся».



В этом разделе запоминаются функции, с которыми пользователь работал в последнее время. Внизу поля приводится формат выбранной функции и краткая аннотация выполняемого действия. Зачастую этой информации оказывается недостаточно, поэтому можно воспользоваться помощью, щёлкнув по кнопке ? в левом нижнем углу окна. На экран выдаётся полная справка по выбранной функции, причём ценность этой справки заключается в том, что обязательно приводятся примеры использования этой функции.



После того, как вы ознакомились с функцией и выбрали её в окне мастера, необходимо щёлкнуть по кнопке ОК, после чего мастер выдаст на экран второе окно, в котором необходимо задать аргументы для выбранной функции. Аргументы можно задавать в явном виде в соответствующих полях второго окна или через кнопку ссылки. Для примера, добавим в нашу таблицу вычисление средних значений, используя функцию СРЗНАЧ. В первом окне мастера в категории Статистические находим требуемую функцию и щёлкаем по клавише ОК, на экран выдаётся второе окно:

В правой части поля Число 1 находится кнопка ссылки. Если щёлкнуть по ней мышкой, то мы попадем на рабочий лист нашей таблицы. Той же мышкой прямо в таблице мы выделяем необходимые ячейки для вычисления среднего значения в нужном столбце. Теперь обратите внимание на строку формул, там показывается строка с возвращающей ссылкой, эту операцию нужно проделать над каждым столбцом данных. Итак, мы получили среднее арифметическое значение данных.

➤ Среднее квадратическое отклонение (или стандартное отклонение) характеризует степень отклонения результатов от среднего значения.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Для расчета этой характеристики вводим формулу, в ячейке ставим знак равенства, делаем ссылку на первое значение, от него отнимаем наше полученное ср. арифметическое значение. Программа Excel рассматривает содержимое ячейки как формулу, если оно начинается со знака равенства (=). При заполнении таких таблиц Excel проявляет высокую дружелюбность. Уже по первой букве программа «догадывается», что хочет ввести пользователь. Тем самым, чтобы начать ввод формулы в ячейку, достаточно нажать клавишу «=».

C	D	E	F
29,38		5	106,3
28,87		9	87,06
29,21		6	72,09
32,53		11	73,01
28,24		6	62,08
32,56		11	102,04
29,11		9	69,05
29,61		3	90,02
28,44		7	87,06
34,25		9	92,06
30,43		10	117,07
28,51		3	114,03
37,23		9	85,01
27,32		3	103,06
30,406429	7,214285714	89,99571	

После ввода нажимаем кнопку Enter, и в нужной ячейке получаем результат.

C	D	E	F
29,38		5	106,3
28,87		9	87,06
29,21		6	72,09
32,53		11	73,01
28,24		6	62,08
32,56		11	102,04

C	D	E	F	G
29,38		5	106,3	
28,87		9	87,06	
29,21		6	72,09	

Интеллектуальные способности программы нетрудно развить и автоматизировать ввод не только повторяющихся данных, но и данных, подчиненных несложному закону изменения. Сначала надо сделать текущей первую ячейку избранного диапазона и заполнить ее.

После этого следует установить указатель маркер мыши на правый нижний угол рамки текущей ячейки. Это **маркер заполнения**. Указатель мыши примет форму крестика. Перетаскивание маркера заполнения позволяет «размножить» содержимое текущей ячейки на несколько ячеек в столбце или строке. Достоинство электронных таблиц заключается в том что, они позволяют организовать автоматическое вычисление производных данных.

По умолчанию программа Excel рассматривает адреса ячеек как относительные, то есть именно таким образом. Это позволяет копировать формулы методом заполнения.

Однако иногда возникают ситуации, когда при заполнении ячеек формулой необходимо сохранить абсолютный адрес ячейки, потому что при

копировании формулы вниз по столбцу, в которой есть ссылка на ячейку, изменяется координата строки. Например, она содержит значение, используемое при последующих вычислениях в других строках и столбцах. Для того чтобы задать ссылку на ячейку как абсолютную, надо задать перед обозначением номера столбца или номера строки символ «\$», а затем скопировать формулу в остальные ячейки.

На нашем примере после введения всех необходимых изменений и копирования формулы в столбце таблица приобретает следующий вид:

	A	B	C
1	92	209	-3,2
2	93	211	93
3	94	210	94
4	94	212	94
5	95	213	95
6	95	213	95
7	96	216	96
8	97	215	97
9	98	213	98
10	98	215	98
11	952	2127	

Что же произошло? Пересчёт сработал только для первого результата, в таблице, а у всех остальных появились ошибочный расчет. Всё очень просто, ведь при копировании формулы вниз по столбцу, в которой есть ссылка на ячейку, изменяется координата строки. Поэтому для второго результата в таблице формула расчёта будет иметь вид: =C3-K13, а эта ячейка пустая, она рассматривается как ноль. Поэтому, нужно создать смешанную ссылку в первой формуле, поставив символ \$ перед координатой строки. Если же ссылка на ячейку была внесена в формулу методом щелчка на соответствующей ячейке, то нажав клавишу F4 можно выбрать метод адресации ячеек, входящих в формулу. После необходимой корректировки таблица приобретает нормальный вид:

A	B	C
92	209	-3,2
93	211	-2,2
94	210	-1,2
94	212	-1,2
95	213	-0,2
95	213	-0,2
96	216	0,8
97	215	1,8
98	213	2,8
98	215	2,8
952	2127	

Для того чтобы вычислить сумму производных данных, выделяем столбец с данными и нажимаем  на панели инструментов. Полученную сумму делим на n-1. В данной задаче количество данных 14-1 равно 13.



Полученные данные выводим из корня, для этого вызываем мастера функции  на панели инструментов. В данном случае мы должны выбрать функцию «Корень». После того как нужная функция выбрана, ее имя заносится в строку формул, а палитра функции изменится, давая возможность ввести аргумент функции.

The screenshot shows the Excel interface with the 'Аргументы функции' (Function Arguments) dialog box open for the 'КОРЕНЬ' (SQRT) function. The dialog box displays the input value '23,23392857' and the resulting value '4,820158563'. The background spreadsheet shows a list of names and numbers in columns A through F, with the formula bar showing '=КОРЕНЬ(F18)'.

Итак, в данном примере мы получили среднее квадратическое (или стандартное) отклонение.

➤ Среднеквадратическая ошибка выборочного результата Согласно известному из математической статистики правилу «трех сигм», наибольшая возможность ошибки отдельного измерения определяется как

$$\sigma_{\max} = 3\sigma$$

В программе это формула выглядит и решается очень просто, результат среднеквадратического отклонения умножается на 3

Точностью прямого измерения называют абсолютную величину разности между истинным значением измеряемой величины x (может быть принято значение результата, полученное с помощью высокоточного измерительного прибора) и средним выборочным результатом, т.е.

$$\varepsilon = t_{\alpha,n} S_{\bar{x}}$$

где $t_{\alpha,n}$ - коэффициент Стьюдента, который определяется из таблицы приложения 1 для одного из доверительных уровней $\alpha < 0,05; 0,01; 0,001$) и числа измерений n . С помощью программы это формула определяется очень просто, значение коэффициента Стьюдента находим из таблицы $t_{\alpha,n} = 2,23$. Результат формулы среднеквадратической ошибки выборочного результата умножаем на 2,23.

ПРИМЕР

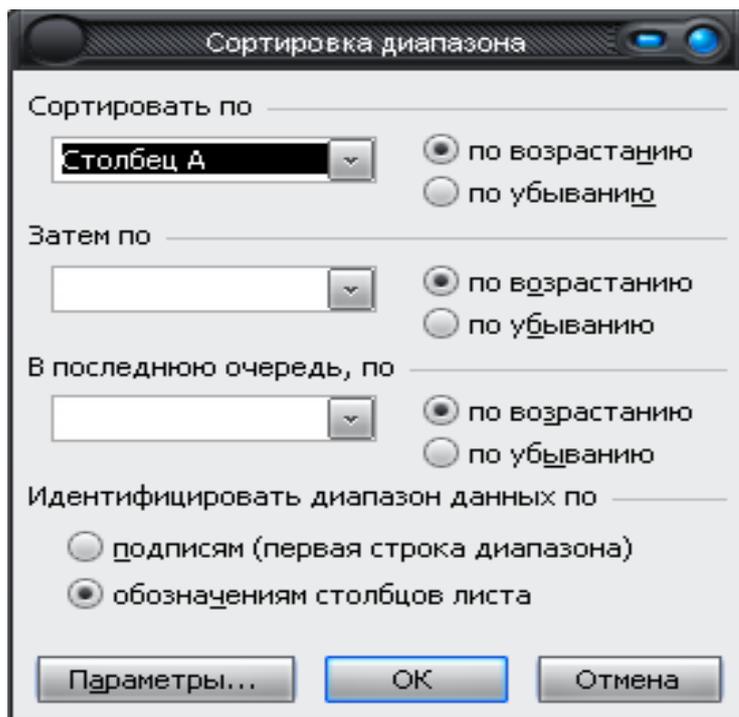
Рассчитаем точность измерений для экспериментальных данных, представляющих собой результаты в беге на 100 м, показанные группой школьников – юношей IX классов (10 человек)

X: 16.2; 15.5; 14.3; 16.6; 15.8; 15.4; 14.5; 14.8; 16.1; 15.8;

РЕШЕНИЕ:

Итак, для начала мы запускаем программу MS Excel по команде Пуск-Программы - Пакет MS Office- MS Excel.

✚ Ранжирование данных. Ранжированием называют расстановку результатов измерений в порядке возрастания или убывания. В программу вносим наши данные, для удобства можно воспользоваться цифровой клавиатурой, а для расстановки данных по возрастанию или убыванию, нужно их сортировать, то есть, выделив диапазон данных, вызываем меню Данные - Сортировка. В появившемся диалоговом окне «Сортировка диапазона» можно будет указать параметры сортировки. В нашем примере мы можем сортировать данные по возрастанию.



	А
1	
2	
3	14,3
4	14,5
5	14,8
6	15,4
7	15,5
8	15,8
9	15,8
10	16,1
11	16,2
12	16,6

✚ Расчет среднеарифметического значения

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$$

Для этого мы воспользуемся функцией СРЗНАЧ, в появившемся диалоговом окне «Аргумент функции» указываем нужный нам диапазон данных, то есть, выделяем их и нажимаем командную кнопку «ОК».

Результат вычисления появится на нашей таблице. В нашем примере это будет выглядеть так:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	X										
2		14,3									
3		14,5									
4		14,8									
5		15,4									
6		15,5									
7		15,8									
8		15,8									
9		16,1									
10		16,2									
11		16,6									
12	A2:A11)										
13											
14											
15		16,6									
16		14,3									
17		2,3									

Аргументы функции

СРЗНАЧ

Число1: A2:A11 = {14,3;14,5;14,8;15,4;15,5;15,8;15,8;16,1;16,2;16,6}

Число2: = число

= 15,5

Возвращает среднее (арифметическое) своих аргументов, которые могут быть числами или именами, массивами или ссылками на ячейки с числами.

Число1: число1;число2;... от 1 до 30 аргументов, для которых вычисляется среднее.

[Справка по этой функции](#) Значение: 15,5

Расчет среднеквадратических отклонений

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Для расчета этой характеристики вводим формулу, в ячейке ставим знак равенства, делаем ссылку на первое значение, от него отнимаем наше полученное ср. арифметическое значение. Программа Excel рассматривает содержимое ячейки как формулу, если оно начинается со знака равенства (=).

		СРЗНАЧ		✗ ✓ fx =B2-B13	
	A	B	C	D	
1	№	X	(X-X _{ср})		
2	1	14,3	=B2-B13		
3	2	14,5			
4	3	14,8			
5	4	15,4			
6	5	15,5			
7	6	15,8			
8	7	15,8			
9	8	16,1			
10	9	16,2			
11	10	16,6			
12					
13	ср. зн	15,5			

Как мы уже выше указывали, перетаскивание маркера заполнения (крестика в правом углу активной ячейки) производит вычисления на оставшиеся ячейки с данными. Поэтому, нужно создать смешанную ссылку в первой формуле, поставив символ \$ перед координатой строки. Если же ссылка на ячейку была внесена в формулу методом щелчка на соответствующей ячейке, то нажав клавишу F4 можно выбрать метод адресации ячеек, входящих в формулу. После необходимой корректировки таблица приобретает нормальный вид:

		C2		fx =B2-\$B\$13	
	A	B	C	D	
	№	X	(X-X _{ср})		
	1	14,3	-1,2		
	2	14,5	-1		
	3	14,8	-0,7		
	4	15,4	-0,1		
	5	15,5	0		
	6	15,8	0,3		
	7	15,8	0,3		
	8	16,1	0,6		
	9	16,2	0,7		
	10	16,6	1,1		
	ср. зн	15,5			

Для вычисления среднеквадратического отклонения воспользуемся известной нам математической функцией «Степень». Вызываем диалоговое окно Мастер функции. После того как нужная функция выбрана, ее имя

заносится в строку формул, а палитра функции изменяется, давая возможность ввести аргументы функции.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

№	X	(X-Xср)	(X-Xср)²
1	14,3	-1,2	=СТЕПЕНЬ(C2;2)
2	14,5	-1	
3	14,8	-0,7	
4	15,4	-0,1	
5	15,5	0	
6	15,8	0,3	
7	15,8	0,3	
8	16,1	0,6	
9	16,2	0,7	
10	16,6	1,1	
ср. зн	15,5		
	16,6		
	14,3		
	2,3		

The 'Аргументы функции' dialog box for 'СТЕПЕНЬ' is open, showing:

- Число: C2 (value: -1,2)
- Степень: 2 (value: 2)
- Result: 1,44
- Text: Возвращает результат возведения в степень.
- Text: Степень показатель степени, в которую возводится основание.
- Buttons: ОК, Отмена
- Value: 1,44

В данном примере в окошке «Число» нужно указать адрес вычисляемой ячейки. Задавать аргументы функции можно в числовом виде (вручную) или как ссылки на ячейки (вручную или щелчком на соответствующей ячейке). Некоторые функции могут принимать в качестве параметра диапазон ячеек. При заполнении ячеек формулами, включающими функции, абсолютные и относительные адреса ячеек используются так же, как и в случае простых формул. В окошке Степень вводим число 2. В результате получим средний квадрат отклонений. И в конце столбца выводим сумму.

D12 fx =СУММ(D2:D11)			
A	B	C	D
№	X	(X-X _{ср})	(X-X _{ср}) ²
1	14,3	-1,2	1,44
2	14,5	-1	1
3	14,8	-0,7	0,49
4	15,4	-0,1	0,01
5	15,5	0	0
6	15,8	0,3	0,09
7	15,8	0,3	0,09
8	16,1	0,6	0,36
9	16,2	0,7	0,49
10	16,6	1,1	1,21
ср. зн	15,5		5,18

	A	B	C	D
1	№	X	(X-X _{ср})	(X-X _{ср}) ²
2	1	14,3	-1,2	1,44
3	2	14,5	-1	1
4	3	14,8	-0,7	0,49
5	4	15,4	-0,1	0,01
6	5	15,5	0	0
7	6	15,8	0,3	0,09
8	7	15,8	0,3	0,09
9	8	16,1	0,6	0,36
10	9	16,2	0,7	0,49
11	10	16,6	1,1	1,21
12	ср. зн	15,5		5,18
13				
14	n	=D12/9		

Далее, в нашем примере n (объем выборки) равен 10, $n = 10$, по формуле n убавляем на единицу, $n-1$, предыдущий полученный результат делим на $n-1$ и выводим из корня.

ср. зн	15,5	5,18					
n	0,5755556						
корень	=КОРЕНЬ(B14)						

Аргументы функции

КОРЕНЬ

Число B14 = 0,575555556

= 0,758653778

Возвращает значение квадратного корня.

Число число, для которого вычисляется квадратный корень.

Значение: 0,758653778

Среднеквадратическое отклонение равно 0,76.

14	<i>n</i>	0,575556							
15	корень	0,758654							
16									
17	Дисперсия	=СТЕПЕНЬ(B14;2)							
18									

Аргументы функции

СТЕПЕНЬ

Число B14 = 0,57555556

Степень 2 = 2

= 0,331264198

Возвращает результат возведения в степень.

Степень показатель степени, в которую возводится основание.

[Справка по этой функции](#) Значение: 0,331264198 OK Отмена

В данном примере в окошке «Число» нужно указать адрес вычисляемой ячейки. Задавать аргументы функции можно в числовом виде (вручную) или как ссылки на ячейки (вручную или щелчком на соответствующей ячейке). Некоторые функции могут принимать в качестве параметра диапазон ячеек. При заполнении ячеек формулами, включающими функции, абсолютные и относительные адреса ячеек используются так же, как и в случае простых формул. В окошке Степень вводим число 2. В результате получим дисперсию.

Расчет наибольшей возможности ошибки отдельного измерения

$$\sigma_{\max} = 3\sigma$$

16				
17	Дисперсия		0,331264	
18				
19	\sqrt{n}	3,16		
20	Sхср		0,104755	
21				
22				
23	σ	max	=C17*3	
24				
25				
26				

$$\sigma_{\max} = 3 \times 0,33 = 0,99$$

$\varepsilon = t_{\alpha, n} S_{\bar{x}}$ Расчет точности прямого измерения в программе

выводится по формуле: $=C20*2,23 = 0,23360$

	C	D	E	F
\sqrt{n}	3,16			
$S_{\bar{x}}$		0,104755		
σ_{\max}		0,993793		
V	2%			
	=C20*2,23			

ПРИЛОЖЕНИЕ:

Таблица 1

Критические значения t-критерия Стьюдента

Число степеней свободы v	Уровни значимости α		
	0.05	0.01	0.001
1	12.71	63.66	-
2	4.30	9.92	31.60
3	3.18	5.84	12.92
4	2.78	4.60	8.61
5	2.57	4.03	6.87
6	2.45	3.71	5.96
7	2.37	3.50	5.41
8	2.31	3.36	5.04
9	2.26	3.25	4.78
10	2.23	3.17	4.59
20	2.09	2.85	3.85
30	2.04	2.75	3.65
60	2.00	2.66	3.46

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акбаров А., Мусаев Б.Б. Спорт метрологияси (Дарслик). - Т., «Тафаккур қаноти» - 2014, 424 б.
2. Акбаров А., Частоедова А.Ю., Методы математической статистики. – Т. УзГИФК, 2011, 43 с.
3. Барникова И.Э., Самсонова А.В., Ципин Л.Л., Оценка размера эффекта при статистической обработке данных в спорте, Теория и практика физической культуры. 2019. № 7. С. 71-73.
4. Вафоев Б., Частоедова А., Ирназарова В. Основы математико-статистического анализа в спорте. Ўқув қўлланма. – Ч.: ЎзДЖТСУ, 2019. 288 бет.
5. Иода Е.В. Статистика: Учебное пособие. - М.: Вузовский учебник: НИЦ Инфра-М, 2012. - 303 с. [http:// www.znanium.com](http://www.znanium.com)
6. Зациорский В.М. Спортивная метрология. Учеб. Для институтов физической культуры. – М.: Физкультура и спорт, 1982 г.
7. Канакова Л. П. Основы математической статистики в спорте : [метод. пособие] / Л. П. Канакова. – Томск, 2001. – 125 с.
8. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи) [Текст] /- М.: МЗ-Пресс, 2004. -67 с.
9. Симонович С., Евсеев Г., Алексеев А., «Практическая информатика» АСТ Пресс 2006г.
10. Статистика. Практикум: учеб.пособие для бакалавров/ Под ред. И.И.Елисейевой. - М. :Юрайт, 2014. - 514с.
11. Частоедова А.Ю., Яхшиева М., Сравнительный анализ статистических программ , 2019 й., №1, с.43-46.
12. Шумак О.А., Гераськин А.В. Статистика: Учебное пособие. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2012. - 311 с.[http:// www..znanium.com](http://www..znanium.com)

Internet сайты

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Linear_algebra
2. <https://www.math.ucdavis.edu/~linear/linear-guest.pdf>
3. www.mcce.ru
4. www.lib.mexmat.ru
5. www.a-geometry.narod.ru
6. www.allmath.ru
7. www.ziyonet.uz
8. <https://mathematics.ru>
9. <https://math1.ru>
10. <http://mathprofi.ru>
11. <http://mathemlib.ru>